

## EXPERIMENTAL MEASUREMENT, ANALYSIS AND MODELLING OF DEPENDENCY EMISSIVITY IN FUNCTION OF TEMPERATURE

N. Baba Ahmed\*, A. Benmoussat, T. Benouaz

Departement de physique, Université Abou Bekr Belka d Tlemcen B.P. 119 13000  
Tlemcen Algerie

Received: 01 February 2010 / Accepted: 02 June 2010 / Published online: 30 June 2010

### ABSTRACT

We propose a direct method of measurement of the total emissivity of opaque samples on a range of temperature around the ambient one. The method rests on the modulation of the temperature of the sample and the infra-red signal processing resulting from the surface of the sample we model the total emissivity obtained in experiments according to the temperature to establish linear correlations. This leads us to apply the method of optimal linearization associated the finite element method with the nonlinear problem of transfer of heat if thermal conductivity, the specific heat and the emissivity of studied material depend on the temperature. We obtain a good agreement between the resolution of the nonlinear equation of heat and the results obtained by the experimentation. .

**Keywords:** Emissivity, Température, optimal Linearisation, finite elements.

### 1. INTRODUCTION

La modélisation des transferts thermiques nécessite une bonne connaissance des propriétés radiatives des matériaux. Dans le cas des matériaux opaques, le paramètre le plus pertinent pour décrire les transferts radiatifs est l'émissivité totale.

---

Author Correspondence, e-mail: [nassimbaba@yahoo.fr](mailto:nassimbaba@yahoo.fr)

[ICID: 1037251](#)

Cette émissivité dépend d'un grand nombre de facteurs, en particulier de la composition chimique du matériau (diélectrique ou conducteur), de la géométrie et du type de surface (rugosité, oxydation, salissures...) du matériau, de la température, de l'angle de mesure, de l'épaisseur du matériau, de la bande spectrale de cette mesure et de la longueur d'onde à laquelle s'effectue la mesure.

L'émissivité exprime la capacité des matériaux à absorber ou à émettre l'énergie infrarouge. Sa valeur est comprise entre 0 et 1. Dans la majorité des cas, les valeurs de l'émissivité doivent être complétées et vérifiées par des mesures.

Nous proposons une méthode directe [1] de mesure de l'émissivité totale d'échantillons opaques sur une gamme de température autour de l'ambiante. La méthode repose sur la modulation de la température de l'échantillon et le traitement de signal infrarouge issu de la surface de l'échantillon. Nous lui associons la méthode de l'hémisphère réfléchissant pour la mesure de l'émissivité de la référence (peinture noire) car au départ nous n'utilisons pas une référence d'émissivité, source importante d'erreur dans ce type de mesures. Cette méthode radiométrique périodique est d'autant plus efficace lorsque le flux réfléchi est très important, notamment lors des mesures d'émissivité à basses températures.

Des corrélations entre l'émissivité totale [2] et la température existent dans la littérature, mais aucune vérification expérimentale, à notre connaissance, n'a encore été effectuée aux basses températures. Ainsi, nous modélisons l'émissivité totale obtenue expérimentalement en fonction de la température. Ceci nous amène à résoudre une équation non linéaire de transfert de chaleur (la non linéarité est due essentiellement à la dépendance entre l'émissivité et la température).

Nous utilisons pour cela un couplage de deux méthodes numériques : La méthode de linéarisation optimale [3] qui permet d'optimiser les paramètres à l'origine de la non linéarité, puis nous résolvons notre équation devenue linéaire optimale par la méthode des éléments finis.

## 2. PRINCIPE DE LA METHODE DE MESURE

La technique utilisée [4] est une méthode de mesure directe par radiométrie périodique en régime modulé (figure 1). La température de l'échantillon est donnée par la relation suivante :

$$T = \bar{T} + T_0 \cdot \cos(2 \cdot f \cdot f_0 \cdot t + \{ \}) \quad (1)$$

Où  $\bar{T}, T_0$  et  $f_0$  sont respectivement la température moyenne de l'échantillon, l'amplitude de modulation et la fréquence.

Le détecteur infrarouge mesure le flux total issu de l'échantillon et fournit la tension sinusoïdale  $U(t)$  dont la transformée de Fourier s'écrit :

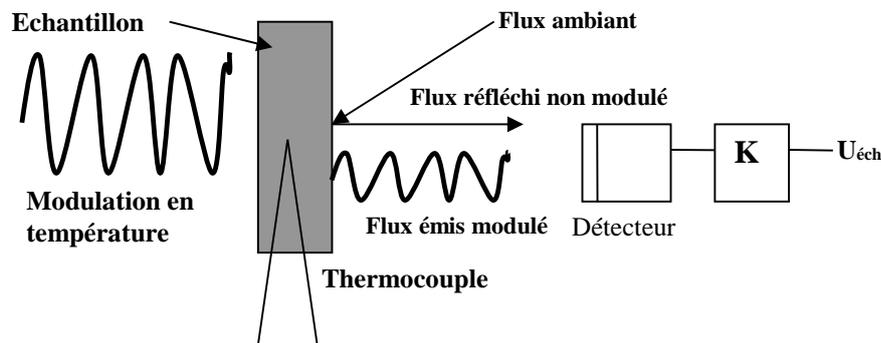
$$\tilde{U}(f_0) = \tilde{K}(f_0) \cdot \frac{v \cdot \dagger \cdot S}{f} \cdot \tilde{T}^4(f_0) \tag{2}$$

Où  $\tilde{K}(f_0)$  est la transformée de Fourier de la constante de la chaîne de mesure  $k(t)$ .

La puissance thermique générée par les sources de chaleur est décrite par l'effet Joule et est donnée par :

$$P(h, t) = \frac{(U(T, t))^2}{\dots(T)} = \left( \frac{K \cdot \dagger}{f} \right)^2 \cdot \frac{[v(T)]^2}{\dots(T)} \cdot T^8 \tag{3}$$

Où  $U(T)$  est la densité de tension électrique  $V \cdot m^{-2}$  et  $\dots(T)$  est la résistivité électrique en  $h \cdot m$  et  $h$  est le domaine décrit par l'échantillon.



**Fig.1.** Principe de la méthode de mesure radiométrique en régime modulé.

Pour déterminer l'émission de l'échantillon, il est nécessaire d'effectuer deux mesures : une sur l'échantillon et l'autre sur une surface de référence d'émissivité connue. On aboutira à la relation suivante :

$$v_{éch} = v_{réf} \cdot \frac{|\tilde{U}_{éch}(f_0)| \cdot |\tilde{T}_{réf}^4(f_0)|}{|\tilde{U}_{réf}(f_0)| \cdot |\tilde{T}_{éch}^4(f_0)|} \tag{4}$$

D'après cette relation, on peut déterminer l'émissivité de l'échantillon à condition de connaître l'émissivité de la référence, ainsi que les amplitudes des signaux pour

l'échantillon et pour la référence. 10 paires de mesures [5] ont été réalisées successivement sur la référence noire d'émissivité connue ( $v_{PN} = 0.975 \pm 0.002$ ) et sur l'échantillon de Nickel. Les résultats des mesures directionnelles de l'émissivité du Nickel sont présentés dans le tableau suivant :

Temperature (°C)	0	10	20	33	42	54	60
$V_{NI}$	0.0410	0.0429	0.04397	0.0500	0.0512	0.0515	0.0532
Incertitude-type élargie	0.0012	0.0010	0.00052	0.0015	0.0022	0.0012	0.0017

A partir des résultats trouvés sur l'émissivité en fonction de la température, plusieurs corrélations [6] sont possibles. Parmi elles, nous proposons les relations suivantes :

$$v_1(T) = 1.35 \cdot \sqrt{\dots(T) \cdot T} - 0.017 \tag{5}$$

$$v_2(T) = -2.6 \cdot \sqrt{\dots(T) \cdot T} + 144 \cdot \dots(T) \cdot T - 1435 \cdot \sqrt{(\dots(T) \cdot T)^3} \tag{6}$$

$$v_3(T) = 2.85 - 182 \cdot \sqrt{\dots(T) \cdot T} + 3931 \cdot \dots(T) \cdot T - 27902 \cdot \sqrt{(\dots(T) \cdot T)^3} \tag{7}$$

### 3. RESOLUTION DU PROBLEME NON LINEAIRE

Le modèle mathématique non linéaire unidimensionnel de transfert de chaleur par conduction dans un milieu homogène et isotrope prend la forme de l'équation suivante :

$$\} (T) \cdot \nabla^2 T + \frac{d\} (T)}{dT} \cdot |\text{grad}T|^2 = x(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - \left( \frac{K \cdot \dagger}{f} \right)^2 \cdot \frac{[v(T)]^2}{\dots(T)} \cdot T^8 \tag{8}$$

Elle est soumise aux conditions aux limites suivantes :

$$T|_{x=0} = \bar{T} + T_0 \cdot \cos(2 \cdot f \cdot f_0 \cdot t) \tag{9}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=x_0} + \frac{h}{\} _0} \cdot T(x_0) = 0$$

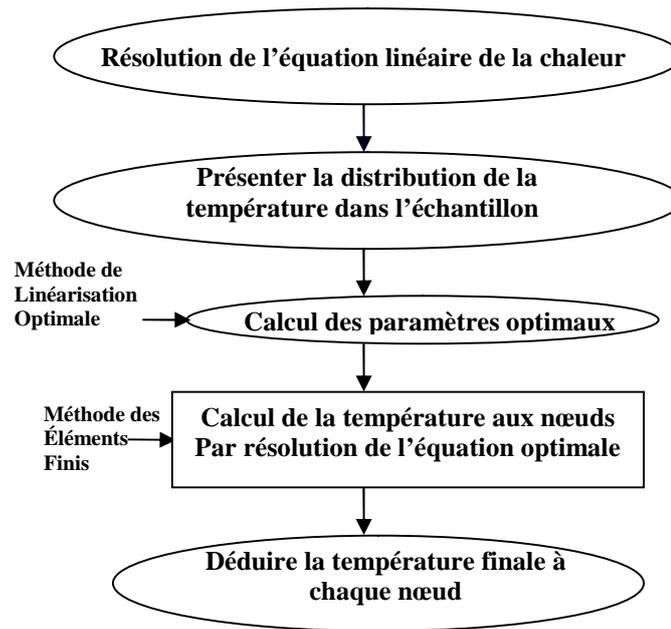
Où  $h$  est le coefficient d'échange de chaleur convective ( $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$ ).

Nous considérons que :

$$\begin{aligned} \} (T) &= \} _0} \cdot (1 + r' \cdot T) \\ x(T) &= x _0} \cdot (1 + s \cdot T) \\ \dots(T) &= \dots _0} \cdot (1 + r \cdot T) \end{aligned} \tag{10}$$

Par la suite, nous allons faire un couplage de la méthode des éléments finis à la méthode de linéarisation optimale [7] pour pouvoir résoudre notre problème. Pour cela, ce

couplage est illustré par l’algorithme (fig. 2).



**Fig.2.** Algorithme caractérisant le couplage entre la méthode des éléments finis et la méthode de linéarisation optimale.

#### 4. RESOLUTION DE L'EQUATION LINEAIRE

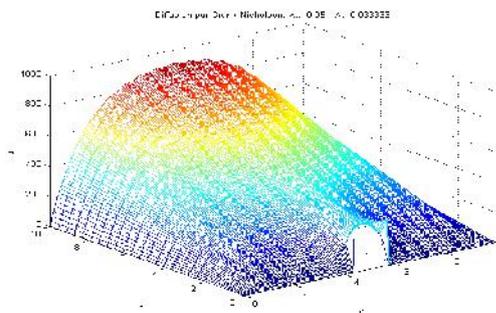
L'équation linéaire correspondante à notre problème s'écrit :

$$\rho_0 \cdot \nabla^2 T = \rho_0 \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - \left( \frac{K \cdot t}{f} \right)^2 \cdot \frac{\nabla_0^2}{\dots_0} \cdot T^8 \tag{11}$$

Elle est soumise aux conditions aux limites décrites auparavant. La résolution de l'équation linéaire de la chaleur nous guide vers la solution suivante [8]:

$$T(x, t) = T_0 \cdot \exp \left( - \sqrt{\frac{\xi \cdot x_0}{2 \cdot \rho_0}} \cdot x \right) \cdot \sin \left( \xi \cdot t - \sqrt{\frac{\xi \cdot x_0}{2 \cdot \rho_0}} \cdot x \right) \tag{12}$$

Elle est représentée sur la figure 3. La solution (15) rend compte que pour chaque instant t on a des oscillations amorties de la température à une distance x du point de référence.



**Fig.3.** Représentation graphique de la solution de l'équation linéaire de la chaleur.

### 5. CALCUL DES PARAMETRES OPTIMAUX

Pour le calcul de ces paramètres, nous utilisons la méthode de linéarisation optimale [9] qui est une méthode approximative qui remplace une équation non linéaire par une équation linéaire optimale. Le principe de la méthode consiste à minimiser la quantité :

$$J ( K ) = \int_0^{t_1} \int_{\Omega} U^2 \cdot dv \cdot dt \tag{13}$$

Où  $U = (LT - NLT)$  qui s'écrit :

$$U = K_1 \cdot \nabla^2 T - \left[ \chi(T) \cdot \nabla^2 T + \frac{d\chi(T)}{dT} \cdot |\text{grad}T|^2 \right] - [K_2 - \chi(T)] \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \left( \frac{K \cdot \dagger}{f} \right)^2 \cdot T^8 \cdot \left[ K_3 - \frac{[v(T)]^2}{\dots(T)} \right] \tag{14}$$

et  $K_1, K_2, K_3$  sont les paramètres optimaux qui remplacent

respectivement  $\chi_0, X_0, \frac{V_0^2}{\dots_0}$ .

Après calcul, la quantité (6) s'écrit :

$$J(K_1, K_2, K_3) = A \cdot K_1^2 + B \cdot K_2^2 + C \cdot K_3^2 + (E - F - I) \cdot K_1 + (G + H - M + N) \cdot K_2 + (O + Q + R - V) \cdot K_3 + W \cdot K_1 \cdot K_2 + X \cdot K_2 \cdot K_3 + Y \cdot K_1 \cdot K_3 + D \tag{15}$$

Tel que :

$$A = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} (\nabla^2 T)^2 \cdot dx \cdot dt$$

$$B = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)^2 \cdot dx \cdot dt$$

$$C = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \left( \frac{K \cdot \dagger}{f} \right)^2 \cdot T^8 \cdot dx \cdot dt$$

$$E = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \chi(T) \cdot \nabla^2 T \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dt$$

$$F = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \nabla^2 T \cdot \left( \frac{K \cdot \dagger}{f} \right)^2 \cdot T^8 \cdot \frac{[v(T)]^2}{\dots(T)} \cdot dx \cdot dt$$

$$G = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \chi(T) \cdot (\nabla^2 T) \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dt$$

$$H = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \frac{\partial T}{\partial t} \cdot \frac{d\chi(T)}{dT} \cdot |\text{grad}T|^2 \cdot dx \cdot dt$$

$$M = 2 \cdot \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)^2 \cdot \chi(T) \cdot dx \cdot dt$$

$$\begin{aligned}
 N &= 2 \cdot \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \left( \frac{K \cdot \dagger}{f} \right)^2 \cdot T^8 \cdot \frac{[v(T)]^2}{\dots(T)} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dt \\
 O &= \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \} (T) \cdot (\nabla^2 T) \cdot dx \cdot dt \\
 Q &= \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \frac{d\} (T)}{dT} \cdot |\text{grad}T|^2 \cdot dx \cdot dt \\
 R &= \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \left( \frac{K \cdot \dagger}{f} \right)^2 \cdot T^8 \cdot \chi(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dt \\
 V &= \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \left( \left( \frac{K \cdot \dagger}{f} \right)^2 \cdot T^8 \right)^2 \cdot \frac{[v(T)]^2}{\dots(T)} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dt \\
 W &= -2 \cdot \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \nabla^2 T \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dt \\
 X &= -2 \cdot \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \left( \frac{K \cdot \dagger}{f} \right)^2 \cdot T^8 \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dt \\
 Y &= 2 \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \nabla^2 T \cdot \left( \frac{K \cdot \dagger}{f} \right)^2 \cdot T^8 \cdot dx \cdot dt
 \end{aligned}$$

Le dernier terme D ne dépend ni de  $K_1$  ni de  $K_2$  et ni de  $K_3$ .

La minimisation de la fonctionnelle (6) nous ramène à la résolution du système (11) de trois équations à trois inconnus pour obtenir le point critique.

$$\begin{pmatrix} 2 \cdot A & W & Y \\ W & 2 \cdot B & X \\ Y & X & 2 \cdot C \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} E - F - I \\ G + H - M + N \\ O + Q + R - V \end{pmatrix} \tag{16}$$

### 6. APPLICATION NUMERIQUE

Les données physiques que nous avons considérées sont les paramètres thermophysiques du Nickel à la température ambiante 20 °C. Elles sont données par :

$$\begin{aligned}
 \rho_0 &= 90.7 \dots W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1} \\
 c_0 &= 444 \dots J \cdot Kg^{-1} \cdot K \\
 u_0 &= 8900 \dots Kg \cdot m^{-1} \\
 x_0 &= 1 \dots m \\
 t_0 &= 4500 \dots \text{sec ondes} \\
 \dots_0 &= 6.9 \cdot 10^{-8} \dots Ohm \cdot m \\
 r &= 4.47761 \cdot 10^{-4} \dots K^{-1} \\
 r' &= -12.021276 \cdot 10^{-4} \dots K^{-1} \\
 s &= 5.88235 \cdot 10^{-4} \dots K^{-1}
 \end{aligned}$$

On considère que l'émissivité est définie par la relation (5). A partir des relations données par (10), nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 A &= 2.58399998 \ 9010746 \cdot 10^{20}, & B &= 3.97005536 \ 6683190 \cdot 10^4, \\
 C &= 7.81798197 \ 3445822 \cdot 10^{-11}, & E &= 1.35462660 \ 2016684 \cdot 10^{17}, \\
 F &= -4.829057985416327 \cdot 10^{36}, & G &= -2.324405392531057 \cdot 10^{19}, \\
 H &= 5.52409062 \ 9658345 \cdot 10^{20}, & M &= 3.13005727 \ 0778295 \cdot 10^{11}, \\
 O &= 2.77753241 \ 0758307 \cdot 10^{19}, & Q &= -2.319614284974487 \cdot 10^{19}, \\
 N &= 1.28263331 \ 2683677 \cdot 10^7 + 7.34640431 \ 3070699 \cdot 10^6 \cdot i, \\
 V &= -7.6205556 \ 0753063 \cdot 10^{12} - 7.58309975 \ 5205132 \cdot 10^{12} \cdot i, \\
 R &= 1.31721243 \ 895034 \cdot 10^{10}, & W &= 2.505622033533654 \cdot 10^{16}, \\
 X &= 5.17441316418627, & Y &= -1.3312771412 \ 39237 \cdot 10^{19}.
 \end{aligned}$$

La résolution de ce système (29) de trois équations à trois inconnus nous permet d'obtenir les trois points critiques suivants :

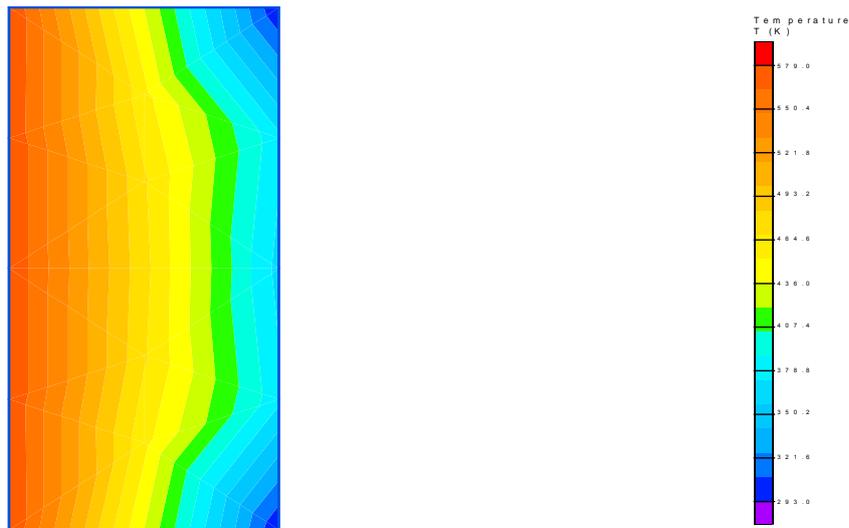
$$\begin{aligned}
 K_1 &= 102.04016071 \ 907489 \\
 K_2 &= 6688527.68 \ 7813 \\
 K_3 &= 36272.6155 \ 523328
 \end{aligned} \tag{17}$$

## 7. RESOLUTION DE L'EQUATION LINEAIRE OPTIMALE

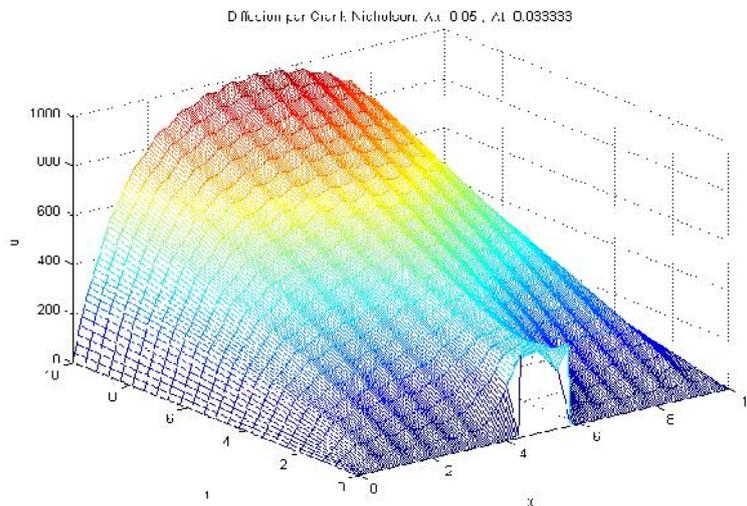
L'équation linéaire optimale s'écrit :

$$K_1 \cdot \nabla^2 T = K_2 \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - \left( \frac{K \cdot \dagger}{f} \right)^2 \cdot K_3 \cdot T^8 \tag{18}$$

Après résolution de cette équation, on obtient le graphe suivant :



Ce graphe nous permet de bien voir les oscillations amorties de la température tout au long de notre échantillon. La figure qui suit nous permet de visualiser l’amortissement spatial de la température en fonction de x.



La variation de la température tout au long de l’échantillon est bien sous forme périodique et amortie puisqu’il y a l’effet de l’absorption du rayonnement thermique par l’échantillon qui fait perdre une partie de a puissance par effet Joule et par conséquent la température baisse spatialement et temporairement. Le phénomène de diffusion a dégénéré, à pulsation  $S$  fixée, en un phénomène de propagation vers les  $x$  positifs avec une célérité  $C$  égale à :

$$C(S) = \left( \frac{2 \cdot \gamma_0 \cdot S}{x_0} \right)^{1/2} .$$

La célérité est dispersée en fréquence et l'analyse spectrale du phénomène de diffusion montre que, à fréquence faible, les signaux se propagent lentement et en étant fortement atténués en

$$\exp\left(-\sqrt{\frac{\bar{S} \cdot x_0}{2 \cdot \lambda_0}} \cdot x\right).$$

## 8. CONCLUSION

Nous avons montré que la technique radiométrique est applicable à la mesure de l'émissivité totale sur un large domaine de température autour de l'ambiante et l'étude sur le Nickel a montré principalement que les mesures sous faible incidence sur un échantillon brillant pouvaient être effectuées avec une précision.

Le couplage de la méthode des éléments finis à la méthode de linéarisation optimale effectué a confirmée la modulation de température suite à la dépendance de l'émissivité en fonction de la température. Cette modulation est traduite par un amortissement de température dans le temps et dans l'espace puisque dans l'échantillon il y a une partie de la puissance énergétique qui sera absorbée.

## 9. REFERENCES

- [1] Mattei S., Especel D., N'guessan Y. Revue générale de thermique, 2004, 499.
- [2] Foote P. Bull. Bur. Std. 1915, 11, 607-612.
- [3] Khaldi S.(1987). Linéarisation optimale binaire et son application aux problèmes non linéaires de transfert de chaleur, Thèse de Magister, Université Abou Bakr BELKAID Tlemcen.
- [4] Tang-Kwar E. (1998). Contribution au développement de méthodes périodiques de mesure des propriétés Thermophysiques des matériaux opaques, Thèse de doctorat, Université Paris 12 – Val de Marne.
- [5] Baba Ahmed N. (1999). Mesure de l'émissivité totale directionnelle d'un métal à basse température, Rapport de Stage de D.E.A, Université Paris 12 – Val de Marne.
- [6] Foote P. Bull. Bur. Std. 2008, 115.
- [7] Bouayed F N. (1986). Application de la méthode des éléments finis aux problèmes non linéaires de transfert de chaleur, Thèse de Magister, Université Abou Bakr BELKAID Tlemcen.
- [8] De Vriendt A B. (1984) Transmission de la chaleur , Tome 1, Volume 2.
- [9] Vujanovic B. Int. Jou. Heat Mass Transfer. 1973, 16, 1111 – 1117.

---

**MESURES EXPERIMENTALES, ANALYSE ET MODELISATION DE LA  
DEPENDANCE DE L'EMISSIVITE EN FONCTION DE LA TEMPERATURE.****RESUME**

Nous proposons une méthode directe de mesure de l'émissivité totale d'échantillons opaques sur une gamme de température autour de l'ambiante. La méthode repose sur la modulation de la température de l'échantillon et le traitement de signal infrarouge issu de la surface de l'échantillon. Nous modélisons l'émissivité totale obtenue expérimentalement en fonction de la température pour établir des corrélations linéaires. Ceci nous amène à appliquer la méthode de linéarisation optimale associée à la méthode des éléments finis au problème non linéaire de transfert de chaleur dans le cas où la conductivité thermique, la chaleur spécifique et l'émissivité du matériau étudié dépendent de la température. Nous obtenons un bon accord entre la résolution de l'équation non linéaire de la chaleur et les résultats obtenus par l'expérimentation.

**Mots clé :** Emissivité, Température, Linéarisation optimale, éléments finis.

**How to cite this article**

Baba Ahmed N, Benmoussat A, Benouaz T. Experimental measurement, analysis and modelling of dependency emissivity in function of temperature. J Fundam Appl Sci. 2010, 2(1), 12-22.