

# Modélisation et simulation d'un système d'engrenages pour prédire une fissuration des dents

## System of gears modeling and simulation to predict teeth cracking

Messikh Akram\* & Aoul Elias Hadjaj

\* Département d'électromécanique, Université Badji Mokhtar-Annaba, BP 12, Annaba, 23000, Algérie.

---

### Article Info

#### Historique de l'article

Reçu le 30/06/2017  
Révisé le 10/07/2018  
Accepté le 10/09/2018

#### Mots Clés

Engrenages, Défauts des engrenages, Fissuration par fatigue, RDM6, Loi de Paris.

#### Keywords

Gears - Defects of the gears - fatigue cracking- RDM6 – Paris law.

---

### RÉSUMÉ

L'objectif de cette recherche est d'étudier l'influence de la charge sur l'évolution de la fissure par rapport aux nombres de cycles d'une roue dentée. Pour atteindre notre objectif, nous avons effectué une simulation à l'aide de deux logiciels (RDM6 et MATLAB). Le RDM6 nous a permis de calculer les contraintes au niveau du pied de la dent et à partir des résultats obtenus, nous avons élaboré un programme sous MATLAB pour déterminer le nombre de cycles de la dent fissurée. En conclusion, nous pouvons confirmer que la méthode de calcul des contraintes au pied de la dent, est un outil très efficace pour prévenir la fissuration.

### ABSTRACT

The objective of this research is to study the influence of the load on the evolution of the crack compared to the numbers of cycles of a toothed wheel. In order to get our objective, we carried out a simulation using two software (RDM6 and MATLAB), RDM6 enabled us to calculate the constraint on the level of the tooth's foot in a first phase, and with the results obtained, we could work out in a second phase a MATLAB program to determine the number of cycles of the tooth fissured.

---

### Auteur correspondant

**Akram Messikh,**

Département d'électromécanique, Université Badji Mokhtar Annaba,  
PB 12, Annaba, 23000, Algérie.

Email: messikh.akram@gmail.com

---

## 1. INTRODUCTION

Les engrenages sont un ensemble d'éléments de machines universellement répandus en mécanique et servent à transmettre un mouvement de rotation d'un arbre menant à un second arbre mené. Comme les engrenages peuvent prendre diverses formes, ils sont utilisés dans tous les secteurs de l'industrie. Par exemple, ils constituent les boîtes de vitesses des véhicules servant au transport, ils transmettent la puissance nécessaire au fonctionnement des machines dans les papeteries et ils mettent en mouvement les bras articulés des robots [1], [2]. La présence de défauts au niveau des dents d'engrenage affaiblit la résistance mécanique et peut entraîner la cassure de la dent et l'arrêt de la machine.

Le comportement statique et dynamique des engrenages est étudié depuis plus de 60 ans [3]. Ce sont cependant des éléments mécaniques complexes à dimensionner et à réaliser. Puisque presque 60% des pannes dans les systèmes de transmission des machines sont causées par la défaillance d'engrenage, d'où la nécessité de les soumettre à une surveillance conditionnelle continue. [4]

L'efficacité de la détection des défauts en stade précoce est donc très importante et même critique [5], [6]. Les enquêtes réalisées par la société des assurances ALLIANZ sur les détériorations des systèmes à engrenages tels que les réducteurs ont permis de conclure à leurs origines et à leurs localisations [7]. La nécessité de baisser le coût de la production et de la maintenance conduit la surveillance des engrenages à devenir un très champ important pour la recherche. Dans la littérature, plusieurs publications sur la surveillance et le diagnostic des systèmes d'engrenage sont apparus [8], [9], [10]. L'ensemble des défauts présent sur les dents d'engrenage affaiblit la résistance mécanique, peut entraîner leur destruction et provoque des dommages énormes. Réaliser un diagnostic adéquat sur l'état de santé d'une machine, revient à détecter tous les défauts qui l'ont affecté au cours de son fonctionnement [11]. Une étude est réalisée en vue de prédire le comportement des dents fissurées et prévenir un arrêt intempestif d'un processus. L'objectif de cette recherche est d'étudier l'influence de la charge sur l'évolution de la fissure par rapport aux nombres de cycles d'une roue dentée.

## 2. DEVELOPPEMENTS THEORIQUES

### 2.1. Origines de défauts des engrenages

Les défauts des engrenages en service représentent un coût important pour l'industrie et il est essentiel de les prévenir. Les statistiques concernant les causes des défaillances et la localisation des défauts dans les transmissions de puissance à engrenages permettent de conclure que les organes les plus sensibles sont les roulements et les engrenages.

Les enquêtes réalisées par la société des assurances ALLIANZ sur les détériorations des systèmes à engrenages tels que les réducteurs ont permis de conclure à leurs origines et à leurs localisations [7].

En effet, ces enquêtes ont révélé que la denture concentre la majorité des sources de défauts et ce à raison de 60% de l'ensemble des défauts; les erreurs de conception et de fabrication sont à l'origine de 40% des avaries surgissant au niveau des engrenages comme montré la figure 1 et 2

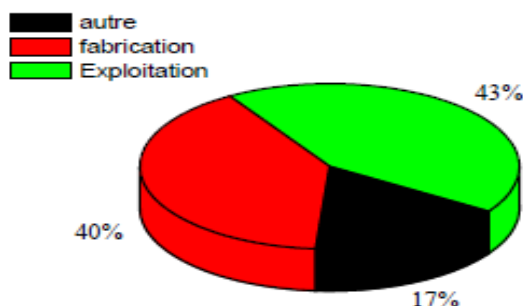


Figure 1. Origine des défauts dans les engrenages [7].

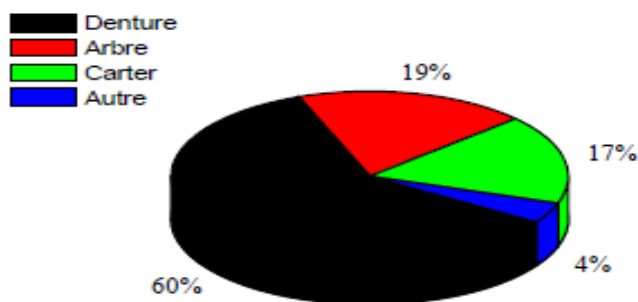


Figure 2. Localisation des défauts dans les engrenages [7].

Au vu de ces statistiques, nous pouvons conclure que d'une part, la denture est la partie la plus fréquemment touchée par les avaries, et d'autre part, les erreurs de conception et de fabrication peuvent donner lieu à l'occurrence prématurée de défauts. En outre, les problèmes d'exploitation et de maintenance sont à l'origine de 43% des défaillances. Ceci mène à conclure que l'établissement d'un plan de maintenance préventive permettra de réduire les nuisances occasionnées au cours de l'exploitation des engrenages et particulièrement de leurs dentures.

## 2.2. Familles des défauts

Aujourd'hui les engrenages occupent une place spéciale dans les systèmes mécaniques [12], c'est la façon la plus économique pour transmettre de la puissance en un mouvement de rotation dans des conditions uniformes. Selon les sollicitations imposées au contact, les défauts de surface dans les engrenages ont été répertoriés et classés à plusieurs types par l'AFNOR E23-014 [13]. Ces défauts peuvent être également classés en deux grandes familles. Il s'agit principalement :

### 2.2.1. Défauts superficiels

Ce sont des défauts qui affectent la denture. Parmi ces défauts, nous recensons particulièrement : Le grippage, les piqûres, l'usure normale, l'écailage, et le micro-écailage [14], [15].

### 2.2.2. Détériorations par rupture

La rupture est une avarie brutale et souvent inattendue. On distingue généralement:

La rupture par surcharge, la rupture par fatigue, la rupture par concentration de contrainte, les ruptures provenant des défauts de traitement thermique, et les ruptures provenant des défauts de rectification [16].

## 2.3. Fissuration par fatigue et mécanismes généraux

L'endommagement par fatigue peut se découpler en trois étapes bien distinctes:

- Une phase d'amorçage qui correspond à l'initiation des premières micro-fissures au sein du matériau et à leur croissance difficilement prédictible dans le volume du matériau ;
- Une phase de propagation où les micro-fissures amorcées dans le matériau vont croître de façon stable au fur et à mesure des cycles et en fonction de la charge imposée
- Une phase de rupture dans laquelle la ou les fissures ont atteint une taille instable et provoquent la rupture de la pièce [16], [17].

## 2.4. La loi de Paris

Les observations classiques de suivi de la vitesse de fissuration lors d'essais de fatigue sont résumées sur la figure 3. Il existe 3 domaines distincts en termes de vitesse de propagation, qui sont liés aux trois étapes de l'endommagement par fatigue précédemment cités [18]:

- Un régime qui fait apparaître un seuil de propagation  $\Delta K_S$  en deçà duquel les fissures s'arrêtent (essais à  $\Delta K$  décroissant) ;
- Un régime où la vitesse de propagation présente une évolution linéaire (en échelles logarithmiques) avec le  $\Delta K$  :

$$\frac{da}{dn} = c \Delta k^m \quad (1)$$

- Un régime de propagation instable ou  $K_{max}$  atteint la ténacité du matériau  $K_C$

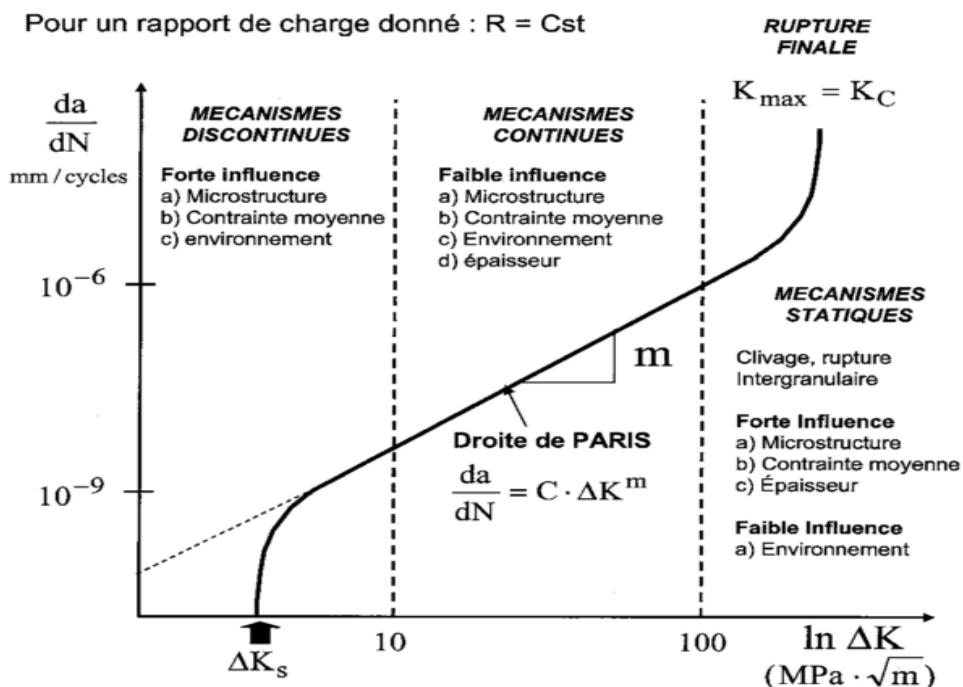


Figure 3. Représentation schématique de la vitesse de propagation des fissures de fatigue en fonction du facteur d'intensité de contrainte, faisant apparaître trois domaines ; la loi de Paris correspond au domaine central [18].

### 3. SIMULATION NUMERIQUE

#### 3.1. Présentation du matériau

Le matériau utilisé dans cette campagne de simulation est un acier de nuance 30NCD16 dont la composition chimique et les caractéristiques mécaniques sont rappelées dans les tableaux 1 et 2 respectivement [19].

Tableau. 1 Composition chimique de l'acier 30NCD16 (en pourcentage massique)[19].

C	S <sub>i</sub>	M <sub>n</sub>	C <sub>r</sub>	M <sub>o</sub>	N <sub>i</sub>	S	P
0.31	0.25	0.49	1.39	0.5	4.08	0.004	0.008

Tableau. 2 Caractéristiques mécaniques de l'acier 30NCD1 [19].

Module d'Young, E (MPa)	213000
Coefficient de Poisson, $\nu$	0.29
Limite d'élasticité à 0.02% $R_{p0.02}$ (MPa)	785
Limite d'élasticité à 0.2% $R_{p0.2}$ (MPa)	950
Résistance maximale en traction, $R_m$ (MPa)	1110
Résistance ultime en traction, $R_u$ (MPa)	1860
Allongement total à rupture, A (%)	11
Module d'écrouissage monotone, K (MPa)	1440
Exposant d'écrouissage monotone, n	0.07
Limite d'endurance en flexion alternée, $\sigma_D$ (MPa)	680
Limite d'endurance en torsion alternée $\tau_D$ (MPa)	426

### 3.2. Protocole de simulation

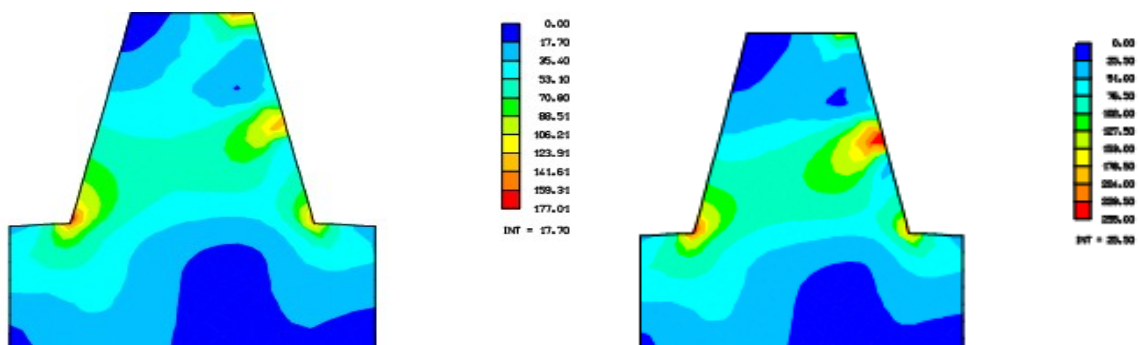
Afin de visualiser d'une part la variation de la fissure en fonction du nombre de cycles, et d'autres part l'effet des paramètres géométriques de l'engrenage à savoir (le nombre de dent, le module, la largeur de la dent et l'angle de pression), la puissance des exemples ont été pris en considération. Il s'agit tout d'abord de déterminer la géométrie de la dent d'engrenage étudié, et déterminer par la méthode des éléments finis la contrainte maximale. Le calcul des contraintes a été réalisé à l'aide du logiciel RDM 6.

#### 3.2.1. Exemple de simulation

La simulation est faite sur un système d'engrenages composé de deux roues dentées comportant respectivement 73 et 146 dents avec un module  $m=3$ ,  $\alpha=20^\circ$ , la largeur  $b=25\text{mm}$  et une puissance d'entrée de 2kw.

### 3.3. Résultats numériques des contraintes en pied de dents

Dans cette partie, et à travers les sept images de la figure 04 et le tableau 03, nous voulons déterminer à l'aide du logiciel RDM6, les contraintes de VON MISES au niveau du pied de la dent en fonction de la charge actionnée graduellement jusqu'à la charge maximale de 1000N.



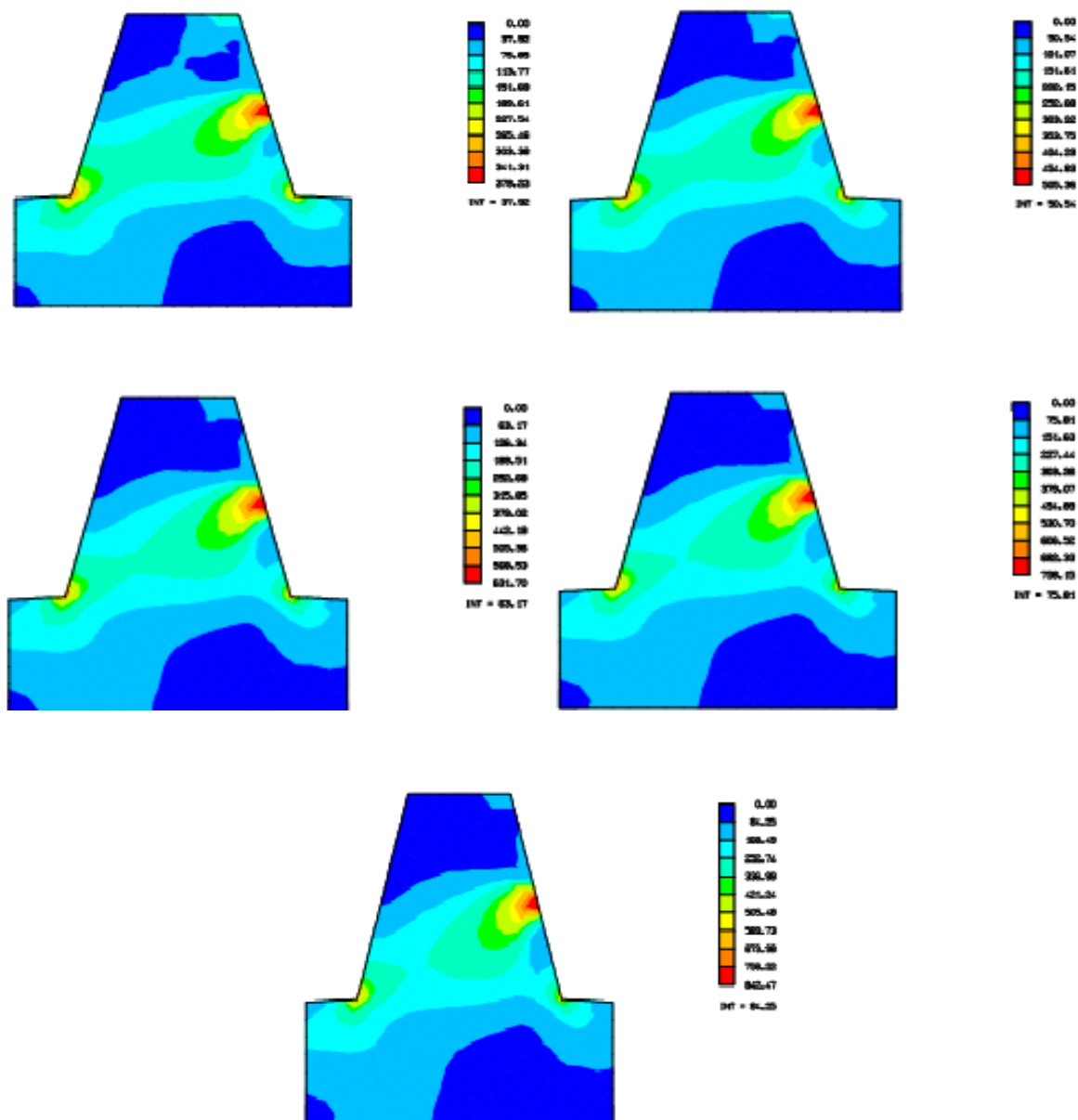


Figure 4. Contraintes de VON MISES au niveau du pied de la dent chargée

Les résultats des contraintes de VON MISES au niveau du pied de la dent chargée sont résumés dans le tableau 3.

Tableau. 3 :Résultats numériques des contraintes en fonction des forces

F(N)	150	300	450	600	750	900	1000
G(MPa)	177,01	255	379,23	505,36	631,7	758,15	842,74

A travers la figure 5, nous pouvons constater que l’élévation de la contrainte est liée à l’augmentation de la charge appliquée au niveau du pied de la dent.

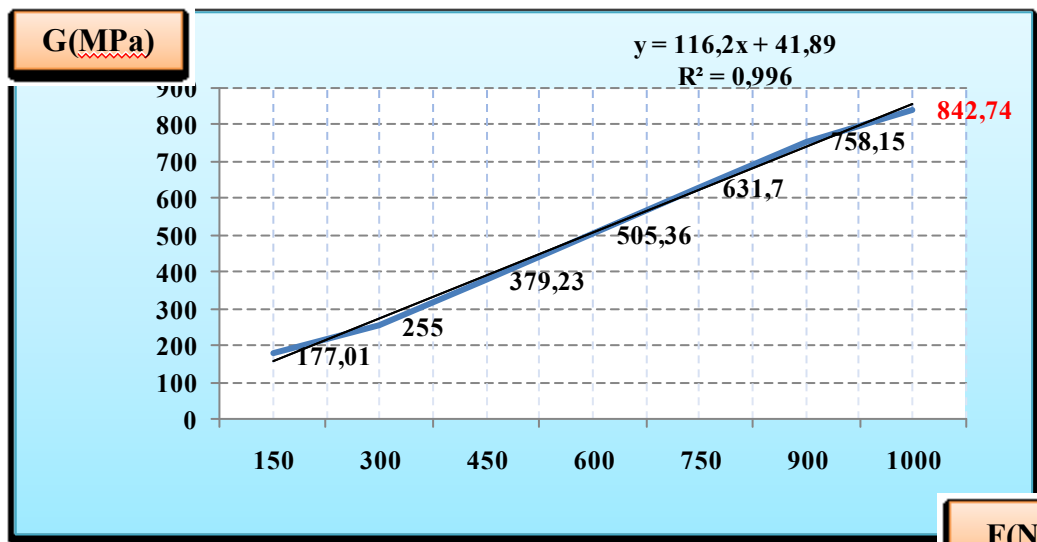
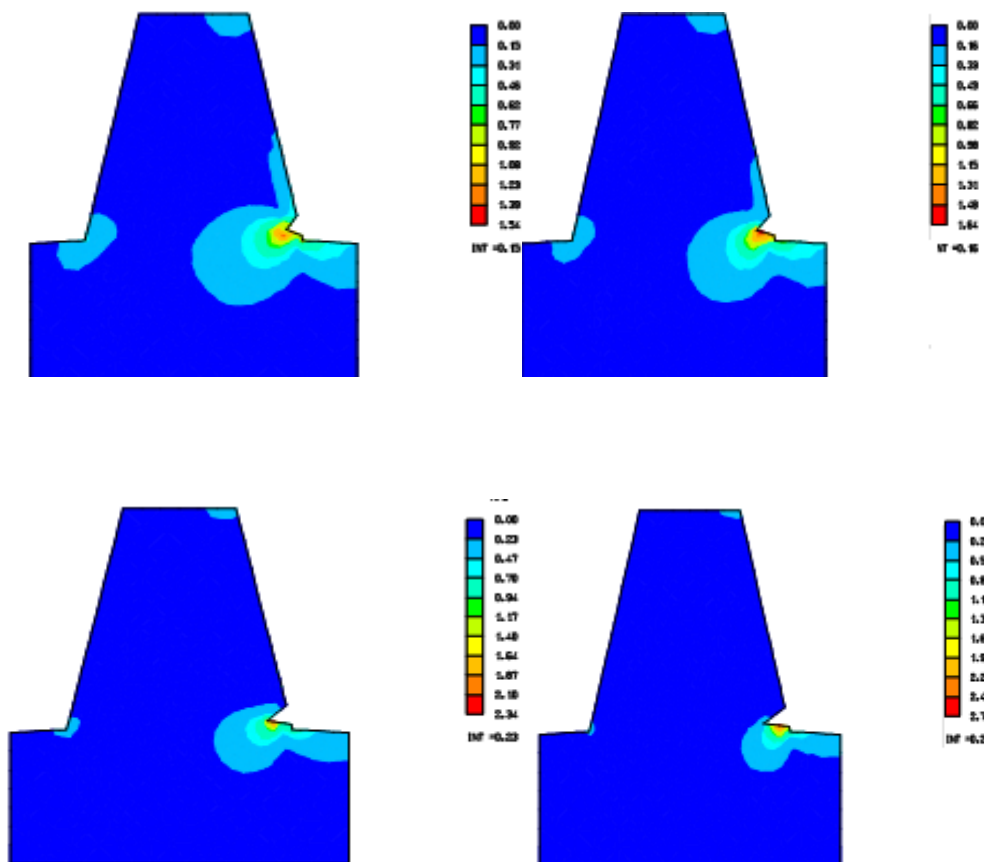


Figure 5. Les contraintes en fonction de la force.

### 3.4. Résultats numériques des contraintes en pied des dents fissurées

Dans cette partie et en vue d'obtenir les contraintes minimales et maximales, nous avons varié la longueur de la fissure a neuf reprise de 0.5 a 2.0mm, mais en gardant la même charge ayant provoqué la fissure de la dent. Le calcul de ces contraintes a été réalisé à l'aide du logiciel RDM6. Les résultats des contraintes de VON MISES au niveau du pied de la dent fissurée sont résumés dans la figure 06.



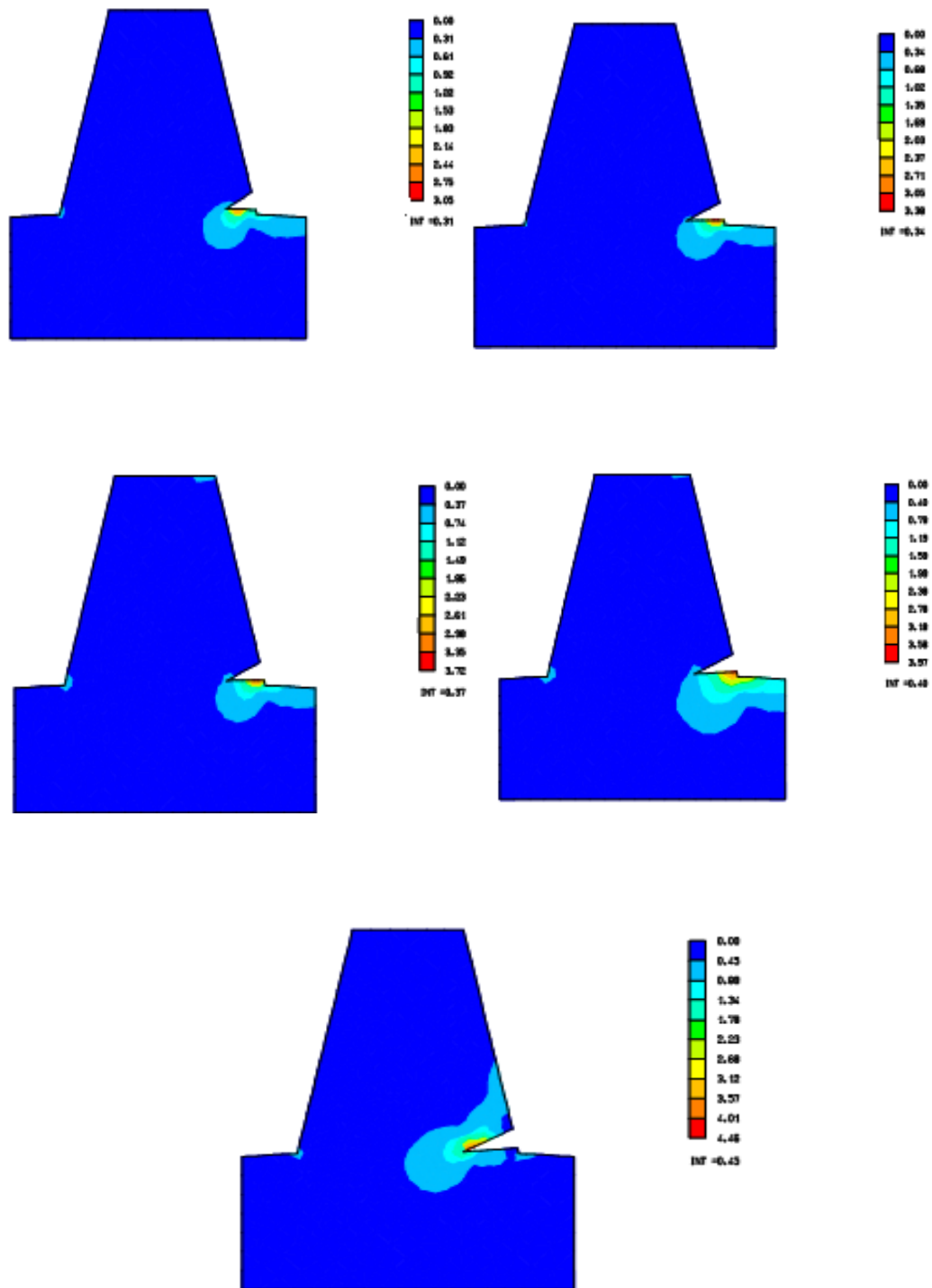


Figure.6. Contraintes de VON MISES au niveau du pied de la dent fissurée.

### 3.5. Détermination du nombre de cycles

A l'aide de logiciel MATLAB un programme a été développé pour nous permettre de calculer le nombre de cycle de la propagation de fissures. Le principe de calcul du nombre de cycles de la propagation de fissure est le suivant :

$$\frac{da}{dn} = c\Delta k^m \quad (2)$$



$\frac{da}{dn}$  : La vitesse de propagation d'une fissure de fatigue.

$\Delta K$  : l'amplitude du facteur d'intensité de contrainte de la dent d'engrenage.

Les constantes C et m sont déterminés expérimentalement et sont donc connues :  $C=2.95.10^{-8}$ ,  $m=2.75$

En rappelant que

$$\Delta k = \alpha \Delta \sigma \sqrt{\pi a} \tag{3}$$

$$\Delta \sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min} \tag{4}$$

$\Delta \sigma$  : est la variation de la contrainte nominale

$\alpha$  : facteur de correction qui tient compte de la géométrie de la structure ainsi que des conditions de mise en charge.

On estime donc le nombre de cycles d'engrenage par intégration de cette loi :

$$\int_{a_0}^{a_f} \frac{da}{c \Delta k^m} = \frac{1}{c(\Delta \sigma)^m} \int_{a_0}^{a_f} \frac{da}{[\alpha \sqrt{\pi \cdot a}]^m} \tag{5}$$

N : nombre cycles de la propagation de fissure

$a_0$  : défaut initial dont la rupture a lieu pour la longueur de fissure  $a_f$

Les résultats de nombre de cycles de la propagation de fissure est donné dans le tableau 4.

Tableau. 4 Nombre de cycles de la propagation de fissure

a <sub>0</sub> (mm)				0.5				
a <sub>eff</sub> (mm)	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
<b>Nombre De Cycles</b>								
Ntr/mn	561800	503610	462530	425180	365690	309010	279920	217600

#### 4. DISCUSSION DES RESULTATS

L'étude des contraintes au pied de la dent chargée joue un rôle important dans la tenue en service des roues dentées puisque l'amorçement des fissures voire même les cassures dans une dent chargée sont dans la plus part des cas localisées à son pied. Pour cela, une étude des contraintes au pied de dent a été menée. Cette recherche est subdivisée en trois parties, il ressort ce qui suit :

1er partie: La charge a été variée afin d'obtenir la contrainte maximale de la dent, ce qui peut engendrer une fissuration.

2eme partie : La charge qui a provoqué la fissure est maintenue avec variation de celle ci de 0.5 à 2.0 mm, en vue d'obtenir les contraintes optimales au niveau du pied de la dent. Le calcul de ces contraintes a été réalisé à l'aide du logiciel RDM6.

3eme partie : Un programme sous MATLAB est développé, permettant de calculer le nombre de cycle de la propagation de fissure.

Il est à noter que les contraintes au pied des dents sont maximales quand la force est appliquée au niveau du rayon de tête ce qui engendre un moment de flexion maximum. L'apparition des fissures est la conséquence d'une contrainte au pied de la dent qui dépasse la limite de fatigue du matériau. Généralement elle se trouve du côté de la dent sollicitée à l'extension.

Les fissurations sont de diverses sortes, généralement liées à des défauts de fabrication.

D'après les résultats obtenus nous constatons que le nombre de cycles croît avec l'augmentation de la longueur de fissuration. Il est à remarquer que c'est la contrainte de traction qui est la cause essentielle de l'amorçage des fissures au pied de dent (coté charge). Les résultats sont en parfaite concordance avec ceux de Thameur [15] et de Mekhalfa [16].

#### 5. CONCLUSION

Pour prévenir le risque de rupture d'engrenage, des conséquences fâcheuses notamment en matière de coûts de maintenance, nous avons réalisé une étude pour la détection précoce de la fissure de la dent. La méthode

de calcul utilisée pour prévenir l'amorçage de la fissuration a démontré que la majorité sinon toute les fissurations, voir même les cassures sont localisées au niveau des pieds de la dent.

D'autre part, nous avons pris une dent déjà fissurée et en tenant compte de sa largeur et celle de la fissure, nous avons pu calculer le nombre de cycle limite avant la cassure.

Ainsi, d'après les résultats obtenus, nous pouvons confirmer que la méthode de calcul des contraintes au pied de la dent, est un outil très efficace pour prévenir la fissuration.

## REFERENCES

- [1] Hayrettin D., Hüseyin I., 2008. A new method for preventing premature pitting formation on spur gears. Thèse de Doctorat en Université de Konya, Turkey.
- [2] Messikh A., & Hadjadj A., 2015. Modeling of a gear system for predicting a crack of tooth, La 3eme conference international sur la maintenance et la sécurité industrielle CIMSI. Skikda, Algérie.
- [3] Mohamed N., 2006. Modélisation du comportement mécanique d'engrenages couplages entre engrènement et éléments de structures flexibles, Thèse de Doctorat en école doctorale des sciences pour l'ingénieur de Lyon, France. 170p
- [4] Benmohamed H., 2015. Étude de l'usure des engrenages par analyse vibratoire, la 2ème Conférence Internationale de Mécanique (ICM'15). Constantine, Algérie.
- [5] Mouloud A., 2015. Recherche de signatures robustes des défauts dans une machine tournante à travers l'analyse de signaux vibratoires, Thèse de Doctorat en Université Farhat Abbas Setif, Algérie. 105p
- [6] Zinelabidine B., 2016. Diagnostic embarqué appliqué à un system mécanique moteur diesel, *Revue des sciences et de la technique « Synthèse »*, Vol. 33, 153-164.
- [7] Rahmoune C., 2015. Contribution a la surveillance des systèmes électromécanique, Thèse de Doctorat en Université M'Hamed Boughara Boumerdes, Algérie. 105p.
- [8] Benamira N., et al., 2017. Simulation numérique du moteur asynchrone triphasé pour diagnostiquer précisément le défaut du déséquilibre de tension d'alimentation. *Revue des sciences et de la technique « Synthèse »*, Vol. 34, 134 -150.
- [9] Lei. Y., Lin J., Zuo M.J. & He Z., 2014. Condition monitoring and fault diagnosis of planetary gear boxes, *Measurement*, Vol. 48, 292–305.
- [10] Sharma V., 2016. Gear faults diagnosis using various condition indicator. *Procedia engineering*. Vol. 144, 253-263 .
- [11] Belaid K., 2010. Utilisation du Kurtosis dans le diagnostic des défauts combinés d'engrenages par la transformée continue en ondelettes *Revue des sciences et de la technique « Synthèse »* Vol. 22.
- [12] Ajim B., 2017. Modélisation du comportement dynamique des engrenages à dentures droits endommagés, 13ème Congrès de Mécanique en Université Hassan II Casablanca, Meknès, Maroc.
- [13] Norme NF E23-014, 2006. Usure et défauts des dentures – Terminologie.
- [14] Breneur C., 2002. Elément de maintenance préventive de machines tournantes dans le cas de défauts combinés d'engrenages et roulements, Thèse de Doctorat, en INSA- Lyon, France. 123p.
- [15] Thameur K., 2015. Diagnostic Des Défauts De Fissures D'engrenages par L'analyse Cyclostationnaire, Thèse de Doctorat en Université Jean Monnet Saint.Etienne, France. 152p.
- [16] Mekhalfa A., 2009. Modélisation numérique du comportement dynamique non linéaire d'un engrenage induit par la présence de la propagation des fissures de fatigue, Thèse de Doctorat en Université de Badji Mokhtar Annaba, Algérie.
- [17] Pearson S., 1975. Initiation of fatigue cracks in commercial aluminium alloys and the subsequent propagation of very short cracks, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 7, 235-247.
- [18] Paris P.C., Erdogan F., 1993. A critical analysis of crack propagation laws, *Trans. ASME, Series D*, Vol. 85, 528-535.
- [19] Newman J.C., 1994. Crack behaviour and fatigue-life predictions for aluminium alloys, *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, A review of modelling small*, Vol. 17, 429-439.